

**ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC**

ĐÀO MINH BẰNG

**MỘT PHƯƠNG PHÁP XẤP XỈ NGOÀI GIẢI BÀI
TOÁN QUY HOẠCH NGUYÊN TUYẾN TÍNH THEO
PHƯƠNG PHÁP NHÁNH CẬN VÀ ỨNG DỤNG**

Chuyên ngành: Toán ứng dụng

Thái Nguyên - 2015

MỤC LỤC

MỤC LỤC	i
Mở đầu.....	iv
Chương 1. BÀI TOÁN QUY HOẠCH NGUYÊN TUYẾN TÍNH VÀ BÀI TOÁN QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH DẠNG CHUẨN.....	1
1.1. Một số mô hình thực tế thuộc dạng bài toán quy hoạch nguyên tuyến tính dạng chuẩn.....	1
1.1.1. Bài toán pha cắt vật liệu	1
1.1.2. Bài toán lập kế hoạch sản xuất	2
1.1.3. Bài toán cái túi.....	2
1.1.4. Mô hình phân bổ máy bay cực tiểu tổng chi phí trên toàn mạng đường bay hàng không	3
1.1.5. Bài toán mua (thuê) máy bay tối ưu:.....	6
1.2. Bài toán quy hoạch nguyên tuyến tính dạng chuẩn và phương pháp giải.....	7
1.2.1. Bài toán quy hoạch nguyên tuyến tính.....	7
1.2.2. Thuật toán Land-Doig giải bài toán quy hoạch nguyên tuyến tính	9
1.3. Bài toán quy hoạch tuyến tính với miền ràng buộc là hệ bất phương trình tuyến tính	15
1.3.1. Phương pháp nón xoay xấp xỉ ngoài tuyến tính	16
Thuật toán xấp xỉ ngoài LP	16
1.3.2. Bảng lập giải bài toán quy hoạch tuyến tính bởi thuật toán nón xoay xấp xỉ ngoài tuyến tính.....	18
1.3.3. Bài toán quy hoạch tuyến tính tái tối ưu hóa và thuật toán TTH.....	22
Chương 2. THUẬT TOÁN NHÁNH CẬN XẤP XỈ NGOÀI GIẢI BÀI TOÁN QUY HOẠCH NGUYÊN TUYẾN TÍNH VÀ ỨNG DỤNG	28
2.1. Thuật toán nhánh cận xấp xỉ ngoài giải bài toán quy hoạch nguyên tuyến tính	28
2.2. Minh họa ứng dụng thuật toán nhánh cận xấp xỉ ngoài ILP giải bài toán quy hoạch nguyên tuyến tính có số chiều nhỏ với miền ràng buộc là hệ bất phương trình tuyến tính	31
KẾT LUẬN.....	52
TÀI LIỆU THAM KHẢO	54

Mở đầu

Như chúng ta đã biết, nhiều bài toán thực tế dẫn đến chúng ta phải đi giải các bài toán quy hoạch nguyên tuyến tính, và một trong những phương pháp hiệu quả để giải nó đó là phương pháp nhánh cận Land-Doig. Mỗi bước trung gian để giải bài toán quy hoạch nguyên tuyến tính thông thường là chúng ta phải tiến hành giải các bài toán quy hoạch tuyến tính tương ứng khi chưa có điều kiện nguyên của biến với các ràng buộc bổ sung dạng bất phương trình cho các thành phần của biến. Do đó việc sử dụng các thuật toán giải trực tiếp bài toán quy hoạch tuyến tính với miền ràng buộc là hệ bất phương trình tuyến tính là khá ưu việt và hiệu quả, một trong những thuật toán như vậy là thuật toán nón xoay tuyến tính xấp xỉ ngoài trình bày trong [4].

Nội dung chính của luận văn được trình bày trong hai chương:

Chương 1, trình bày một số mô hình bài toán thực tế có dạng bài toán quy hoạch nguyên tuyến tính, phương pháp nhánh cận Land-Doig và thuật toán nón xoay xấp xỉ ngoài tái tối ưu hóa TTH giải bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn.

Chương 2, trình bày việc xây dựng thuật toán xấp xỉ ngoài ILP giải bài toán quy hoạch nguyên tuyến tính từ thuật toán nhánh cận Land-Doig và thuật toán nón xoay xấp xỉ ngoài TTH. Thuật toán đã dựa trên một định lý làm cho trong mỗi bước để tìm các cận dưới đúng của bài toán nguyên, chúng ta chỉ phải đi giải các bài toán quy hoạch tuyến tính tương ứng khi chưa có điều kiện nguyên có số chiều là $n - 1$ (n là số chiều của bài toán). Tiếp đó minh họa ứng dụng thuật toán trình bày giải cho một số ví dụ đã có trong một số tài liệu [2], [3] và [5] để so sánh tính thuận lợi của thuật toán khi trường hợp bài toán có số chiều hay số ràng buộc chính là nhỏ. Và trong trường hợp bài toán quy hoạch nguyên tuyến tính dạng chuẩn 2 chiều thì việc giải các bài toán quy hoạch tuyến tính tương ứng khi chưa có điều kiện nguyên, trong mỗi bước để

tìm các cận dưới đúng của bài toán chỉ còn là việc kiểm tra tìm giá trị nhỏ nhất của hàm một biến tại hai đầu mút (nếu có).

Các thuật toán trình bày trong luận văn này được xây dựng chi tiết, các bước của thuật toán được trình bày sao cho chúng ta có thể dễ dàng lập trình chuyển sang các chương trình trên máy tính bằng các ngôn ngữ như Pascal, C, Basis, Java, ...

Chương 1

BÀI TOÁN QUY HOẠCH NGUYÊN TUYẾN TÍNH VÀ BÀI TOÁN QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH DẠNG CHUẨN

Trong chương này chúng ta sẽ trình bày một số bài toán thực tế điển hình thuộc dạng bài toán quy hoạch nguyên tuyến tính, giới thiệu một số phương pháp quan trọng thường dùng để giải bài toán quy hoạch nguyên tuyến tính. Và trong quá trình các bước giải bài toán này cần phải giải các bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn trung gian khi thêm vào các siêu phẳng cắt hoặc thêm vào các ràng buộc dạng bất phương trình tuyến tính để chia nhỏ miền chấp nhận sau mỗi bước. Chính vì thế, trong phần cuối của chương này sẽ trình bày một thuật toán xấp xỉ ngoài giải trực tiếp bài toán quy hoạch tuyến tính với miền ràng buộc là hệ bất phương trình tuyến tính và thuật toán này khá hiệu quả trong trường hợp tái tối ưu hóa.

1.1. Một số mô hình thực tế thuộc dạng bài toán quy hoạch nguyên tuyến tính dạng chuẩn

1.1.1. Bài toán pha cắt vật liệu

Một phân xưởng có những thanh vật liệu (thanh thép, ống nhựa, ...) có độ dài cho trước, chúng ta cần cắt chúng thành những đoạn ngắn theo các mẫu cho trước. Vấn đề đặt ra là ta nên cắt như thế nào cho tổng những phần dư còn thừa lại là tổn ít nhất?

Giả sử a_{ij} là độ dài đoạn loại i theo mẫu j , b_i là số đoạn loại i cần có, c_j là rẻ thừa khi cắt theo mẫu j , gọi x_j là số thanh cắt theo mẫu j ($j = 1, 2, \dots, n$). Ta có bài toán quy hoạch nguyên tuyến tính sau:

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \min$$

với các điều kiện

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j = b_i, \quad i = 1, \dots, m$$

$$x_j \geq 0 \text{ và nguyên, } j = 1, \dots, n$$

Đây là một bài toán quy hoạch tuyến tính chính tắc nguyên.

1.1.2. Bài toán lập kế hoạch sản xuất

Giả sử một xí nghiệp sản xuất n loại sản phẩm và sử dụng m loại nguyên liệu khác nhau, c_j là lãi suất (hay giá bán) đối với một đơn vị sản phẩm j ($j = 1, \dots, n$), a_{ij} là suất chi phí tài nguyên loại i để sản xuất một đơn vị sản phẩm loại j , b_i là lượng dự trữ tài nguyên loại i ($i = 1, \dots, m$). Gọi x_j là lượng sản phẩm loại j ($j = 1, \dots, n$) mà xí nghiệp sản xuất. Trong các điều kiện đã cho, hãy xác định các giá trị x_j ($j = 1, \dots, n$) sao cho tổng tiền lãi (hay tổng giá trị sản lượng hàng hóa) là lớn nhất với số tài nguyên hiện có.

Mô hình toán học có dạng bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn sau:

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max$$

với các điều kiện

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b_i, \quad i = 1, \dots, m$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

Đây là một bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn nguyên.

1.1.3. Bài toán cái túi

Một người du lịch muốn đem theo một cái túi có thể đựng được các đồ vật nặng không quá b kilogam. Có n loại đồ vật mà anh ta dự định đem theo.

Mỗi một đồ vật loại j có khối lượng a_j kilogam và giá trị c_j . Người du lịch muốn chất vào túi các đồ vật sao cho tổng giá trị đồ vật đem theo là lớn nhất.

Ký hiệu x_j là số đồ vật loại j sẽ chất vào túi. Ta có bài toán sau:

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max$$

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

$$x_j - \text{nguyên}, \quad j = 1, \dots, n$$

Đây là một bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn nguyên.

1.1.4. Mô hình phân bố máy bay cực tiểu tổng chi phí trên toàn mạng đường bay hàng không

1. Các tham số và biến quyết định của bài toán:

Giả sử chúng ta đang khai thác sử dụng K loại máy bay (777, 767, A321, A330, A320, AT7,...), M_k là số máy bay loại k đang khai thác sử dụng ($k=1,2,\dots,K$), giả sử số sân bay (thành phố) tham gia vào mạng là N . Ta sử dụng các ký hiệu sau đây: (i, j) là chặng bay từ sân bay i đến sân bay j ($i, j=1,2,\dots,N$).

Ta giả thiết chiều dài trung bình thực tế D_{ij} và chiều dài thương mại của mỗi chặng bay là bằng nhau.

P_{ij} là số lượng khách trung bình dự báo có thu nhập thực tế chuyên chở được trên chặng bay (i, j) (trong mỗi tuần).

S_k là số ghế tương ứng (số ghế tối đa được phép xếp khách cho từng chặng bay của loại máy bay k)

g_{ij} là ghé suất (hệ số sử dụng ghé suất) trung bình trên chặng bay (i, j)

h_k^{\max} - số giờ khai thác bay trung bình lớn nhất cho phép của một chiếc máy bay loại k trong một tuần.

v_k - là vận tốc bình quân thực tế của máy bay loại k .

$F_k^{\min(ij)}$, $F_k^{\max(ij)}$ tương ứng là tần xuất bay ít nhất và nhiều nhất (số chuyến bay trong một tuần) của loại máy bay k trên chặng bay (i, j) .

C_{ij}^k là chi phí theo chuyến bay (trong một tuần) trên chặng bay (i, j) của loại máy bay k .

f_{ij}^k là tần suất bay (số chuyến bay trong một tuần) của loại máy bay k trên chặng bay (i, j) (biến quyết định).

2. Hàm mục tiêu:

Ta ký hiệu $Cost$ là tổng chi phí theo chuyến bay cho tất cả máy bay đang khai thác sử dụng trong thời kỳ phân tích (một tuần) trên các tuyến bay toàn mạng. Thời kỳ phân tích là khoảng thời gian cần nghiên cứu cần phân tích mà ta có thể quy định là một tuần, một tháng, một quý, sáu tháng, một năm,....

Hàm mục tiêu $Cost$ là tổng chi phí cho chuyến bay trên toàn mạng được xác định như sau:

$$Cost = C_0 + \sum_{ij} \sum_k C_{ij}^k f_{ij}^k \quad (I.1)$$

Trong đó C_0 (chi phí cố định) là tổng chi phí không phát sinh thêm khi chuyến bay được thực hiện như: giá thuê máy bay, bảo hiểm máy bay, bảo dưỡng sửa chữa máy bay, khấu hao thiết bị máy bay, quản lí chung... C_{ij}^k là

chi phí biến đổi theo chuyến bay của loại máy bay k xuất hiện khi thực hiện chuyến bay như: phục vụ hàng khách, giờ bay, hàng hóa, nhiên liệu...

3. Các ràng buộc của bài toán:

Ràng buộc về thương mại:

$$0 \leq F_k^{\min(ij)} \leq f_{ij}^k \leq F_k^{\max(ij)} \quad (\text{I.2})$$

Ràng buộc này có nghĩa là tần suất bay f_{ij}^k của loại máy bay k trên chặng bay (i, j) không ít hơn $F_k^{\min(ij)}$ và không nhiều hơn $F_k^{\max(ij)}$ (ràng buộc về hạn chế thương mại).

Ràng buộc về khai thác:

Với mỗi vòng bay j (Pairing) ta có:

$$\sum_i f_{ji}^k = \sum_i f_{ij}^k \quad (\text{I.3})$$

$$(j = 1, 2, \dots, N, \quad k = 1, 2, \dots, K)$$

Ràng buộc (I.3) có nghĩa là trong khoảng thời gian phân tích (của một chu kỳ bay) thì các đội bay của loại máy bay k rời sân bay căn cứ j (Crew Base) bay đến sân bay i thì sẽ bay về sân bay j trong vòng bay.

$$\sum_{(i,j)} T_{ij}^k \cdot f_{ij}^k \leq M_k \cdot h_k^{\max} \quad (\text{I.4})$$

Trong đó $T_{ij}^k = \frac{D_{ij}}{v_k}$ là thời gian bay trên chặng bay (i, j) của loại máy bay k .

Ràng buộc (I.4) có nghĩa là số giờ khai thác bay trung bình của một chiếc máy bay loại k không vượt quá số giờ bay cho phép.